# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

## وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

# تحدي-π 2023

بمناسبة الأسبوع الجامعي للرياضيات المزمع انعقاده من 12 حتى 15 مارس 2023، وفي إطار الاحتفال باليوم العالمي للرياضيات 14 مارس 2023، تطلق وزارة التعليم العالي والبحث العلمي تحدي-π لسنة 2023، الموجه لجميع طلبة على مستوى كل المؤسسات الجامعية .

ترسل إجابات التحدي قبل تاريخ **09 مارس 2023** عن طريق البريد الالكتروني إلى:

mcm@nhsm.edu.dz

- يجب أن تكون الإجابات واضحة، كاملة و صحيحة.
- يجب أن يكون عنوان رسالتك الالكترونية مكتوبا كالآتي:

***First Name / Family Name / Pi-Challenge***

- يجب أن تحتوي رسالتك الالكترونية المعلومات الآتية:

***الاسم واللقب، مؤسسة الانتماء، المستوى والتخصص إضافة إلى رقم الهاتف.***

# P1 Challenge

## March 2023

* * * * * * * * * * * *

– This challenge is open for all students at university level.

– The solutions should be sent no later than **09.03.2023** by e-mail to **mca@mhaa.edu.dz**.

– All solutions must be correct, complete and well written.

– The subject of your email should be written as follows:

"FirstName/FamilyName/P1-challenge".

– The email must contains all the following information: **Full name**, **Affiliation** (higher school, institute, university, ...), **Study level** and **Phone number**.

* * * * * * * * * * * *

Solve all the problems below.

**1.** Let $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ such that $f(x)$, $f'(x)$ and $f''(x)$ are all strictly positive for every $x \in \mathbb{R}$. Show that if $f''(x) \leq f(x)$ for every $x \in \mathbb{R}$, then $f'(x) < \sqrt{2} f(x)$ for every $x \in \mathbb{R}$.

**2.** Find, with proof, the digit in the position $n+1$ after the decimal point in $\sqrt{N}$, where $N$ is the positive integer with $2n$ digits that are all ones, i.e.,

$$N = \underbrace{111\cdots111}_{2n}, \quad n \geq 1.$$

**3.** Find the supremum and the infimum of

$$|1+z| + |1-z+z^2|,$$

where $z \in \mathbb{C}$ and $|z| = 1$.